# Misura di variabili meteoclimatiche su scala di grigliato modellistico-numerico mediante radar CASSINI

*Definizione di una procedura di assimilazione della velocità verticale nei modelli meteorologici idrostatici e sviluppo della diagnostica della instabilità simmetrica su grigliato numerico*

**Roberto Deidda e Marino Marrocu**

Settembre 1999

**Centro di Ricerca, Sviluppo e Studi Superiori in Sardegna**
**VI Strada Ovest Z.I. Macchiareddu**
**C.P. 94 I-09010 Uta (CA), Italia**

**Sommario**

Lo studio presentato in queste note si inquadra nell'ambito del progetto finanziato dall'ASI per la messa a punto e la sperimentazione di un radar (CASSINI) per la stima da satellite di parametri meteorologici, ed ha come obiettivo, a lunga scadenza, l'approfondimento delle procedure per valutare l' impatto potenziale, sul forecast dei fenomeni di precipitazione intensa, dovuto alla assimilazione di misure telerilevate nella condizione iniziale di un modello meteorologico ad area limitata.

Tenendo presente quest'obiettivo generale, è stato effettuato lo studio di fattibilità di un processo di assimilazione della velocità verticale nei modelli meteorologici idrostatici, e realizzato un codice numerico per la diagnostica della instabilità condizionale simmetrica umida che si pensa sia uno degli elementi che concorrono agli eventi di precipitazione intensa a bande. Dopo aver applicato tale strumento alle analisi meteorologiche dei mesi di Gennaio e Febbraio dell'anno 1991, si è studiato mediante un modello di circolazione atmosferica ad area limitata (BOLAM) un caso di precipitazione intensa localizzato nella zona del canale di Sardegna alla risoluzione spaziale di $\sim 30km$.

# 1 Introduzione

La condizione iniziale dei modelli meteorologici a scala globale (General Circulation Models, GCM) è ottenuta, mediante un processo noto come assimilazione, interpolando in modo dinamicamente consistente le misure provenienti da palloni sonda, navi, aerei, stazioni meteorologiche al suolo e misure telerilevate [5]. Tali condizioni iniziali, note come analisi meteorologiche, permettono di risolvere le equazioni del moto, con condizioni al contorno periodiche, per l'intera atmosfera terrestre e quindi di effettuare le previsioni meteorologiche (forecast). L'analisi ed il forecast globali interpolati ad una risoluzione maggiore forniscono a loro volta le condizioni iniziali ed al contorno ai modelli meteorologici ad area limitata (LAM), che consentono di risolvere le medesime equazioni, ma su un area più limitata [1].

Il processo di interpolazione dell'analisi, se non si assimila informazione aggiuntiva proveniente da misure locali, si riduce ad un mera procedura matematica che addiritura può peggiorare la qualità del forecast a tempi brevi introducendo rumore nella condizione iniziale dovuto al non esatto bilanciamento tra i campi di forze che contribuiscono alla dinamica atmosferica (partenza "a freddo"). Recenti studi in tal senso hanno confermato che se si vuole ottenere un reale miglioramento nell'accuratezza del forecast a corto range di un modello LAM è necessario arrichire mediante misure aggiuntive il contenuto di informazione nella condizione iniziale [4]. È chiaro che la qualità della condizione iniziale influenza quella del forecast solo per un tempo limitato dopodichè le equazioni saranno di nuovo dominate dalle condizioni al contorno dipendenti dal tempo che provengono necessariamente dal forecast del GCM. Da ciò si capisce anche come sia auspicabile ottenere una partenza del modello LAM "a caldo" cioè con una condizione iniziale che sia dinamicamente consistente con le equazioni.

La misura, anche indiretta, di parametri meteorologici ottenuta mediante telerilevamento da satellite sembra essere, sia per la elevata ed uniforme copertura spazio-temporale che per la comodità di raccolta dei dati, la naturale soluzione di questo tipo di problematica. Uno studio di sensibilità dalla condizione iniziale di un evento di precipitazione avvenuto nel 1997 in Puglia ha rilevato che modificando la temperatura della superficie del mare di 1 grado si passava da una previsione di totale assenza di precipitazione ad un forecast a 24 ore accurato. Questo è dovuto al fatto che la temperatura della superficie del mare è uno degli ingredienti che contibuiscono a modulare mediante l'evaporazione il contenuto di vapor d'acqua e i moti convettivi a piccola scala. Si capisce quindi come talvolta possa essere determinante, soprattutto, nella previsione di eventi estremi e localizzati di pioggia intensa, il miglioramento della condizione iniziale.

Un'altro parametro che riveste fondamentale importanza nella condizione iniziale è la velocità verticale, perchè dai moti ascendenti che trasportano l'umidità in quota hanno origine le nubi e quindi la precipitazione. Questo parametro è un molto difficile da misurare perchè molto piccolo ($\sim cm/s$) e la sua stima è un obiettivo del progetto "radar CASSINI". Uno degli aspetti trattati in questo studio, nel Paragrafo 2, è proprio quello della assimilazione nella condizione iniziale di un LAM della misura telerilevata della velocità verticale, nella prospettiva che mediante il radar Cassini sia possibile la stima di questa grandezza.

Nel Paragrafo 3 viene fatta una breve review dei meccanismi di instabilità convettiva atmosferica che assieme ai moti ascendenti e al vapor d'acqua costituiscono gli ingredienti essenziali per la generazione delle nubi e la eventuale conseguente precipitazione. In quest'ottica, nel Paragrafo 4, si introduce la vorticità potenziale geostrofica umida mediante la quale si è studiato in dettaglio un particolare tipo di instabilità atmosferica che pare sia legato al fenomeno delle bande di precipitazione intensa [2, 11]. Nel Paragrafo 5 si riportano i risultati di una simulazione mediante LAM di un evento di precipitazione particolarmente intenso localizzato nel canale di Sardegna per il quale si sono diagnosticate condizioni di instabilità convettiva umida. Nel Paragrafo 6 sono riassunti i risultati e le conclusioni, di questo lavoro preliminare, e sono indicati gli eventuali futuri sviluppi per poter trarre delle conclusioni compiute.

# 2 Assimilazione della velocità verticale nei modelli meteorologici idrostatici

Si propone una procedura per la assimilazione della velocità verticale nel modello meteorologico ad area limitata BOLAM [1, 9]. Il BOLAM è un modello ad equazioni primitive con approssimazione idrostatica che utilizza un sistema di coordinate verticali $\sigma$ [6] definite come $\sigma = p/p_s$, con $p$ pressione nel generico punto di griglia e $p_s$ pressione sul punto corrispondente al suolo. L'espressione della velocità verticale $\dot{\sigma} = d\sigma/dt$ si ottiene integrando dal suolo ($\sigma = 1$), con condizione al contorno $\dot{\sigma} = 0$, l'equazione di conservazione della massa in approssimazione idrostatica:

$$\dot{\sigma}\ p_s = (1-\sigma)\frac{\partial\ p_s}{\partial\ t} + \int_{\sigma}^{1} \nabla_{\sigma}\left(p_s \mathbf{V}_H\right) d\sigma \tag{1}$$

dove $\mathbf{V}_H$ è la velocità del vento orizzontale e $\nabla_\sigma$ è il gradiente su una superficie a $\sigma$ costante.

In generale il profilo di velocità verticale $(\dot{\sigma}\ p_s)_{u_0,v_0}$ ottenuto dalla Eq. (1) utilizzando le componenti $u_0, v_0$ per il vento orizzontale $\mathbf{V}_H$ provenienti dalle analisi dell'ECMWF differirà dal profilo $(\dot{\sigma}\ p_s)_t$ ottenuto dalle misure telerilevate, ad esempio dal radar Cassini:

$$(\dot{\sigma}\ p_s)_{u_0,v_0} \neq (\dot{\sigma}\ p_s)_t \tag{2}$$

L'obiettivo della procedura di assimilazione è determinare una nuova configurazione di vento orizzontale $(u, v)$ che sia la più prossima alla condizione di "first guess" $(u_0, v_0)$ ottenuta dall'analisi dell'ECMWF e che attraverso l'Eq. (1) riproduca il profilo di velocità verticale telerilevato:

$$(\dot{\sigma}\ p_s)_{u,v} = (\dot{\sigma}\ p_s)_t \tag{3}$$

Tale procedura di assimilazione si può sviluppare introducendo, per un generico livello $\sigma$, il funzionale di $u, v, \lambda$ nel dominio $\Omega$:

$$E(u, v, \lambda) = \int_\Omega \left\{ (u - u_0)^2 + (v - v_0)^2 + \lambda \left[ (\dot{\sigma}\; p_s)_{u,v} - (\dot{\sigma}\; p_s)_t \right] \right\} dxdy \qquad (4)$$

Il problema della assimilazione si può ricondurre allo studio di un problema di minimo condizionato:

$$\delta E(u, v, \lambda) = f_1 \delta u + f_2 \delta v + f_3 \delta \lambda = 0 \qquad \forall \delta u, \delta v, \delta \lambda \qquad (5)$$

Effettuando dei tediosi passaggi analitici (vedi Appendice A) si ottiene la soluzione per un generico strato $\Delta\sigma$:

$$\begin{cases} u = u_0 + \dfrac{p_s}{2} \dfrac{\partial\, \lambda}{\partial\, x} \Delta\sigma \\ \\ v = v_0 + \dfrac{p_s}{2} \dfrac{\partial\, \lambda}{\partial\, y} \Delta\sigma \end{cases} \qquad (6)$$

dove i moltiplicatori $\lambda$ sono soluzioni dell'equazione differenziale alle derivate parziali:

$$A(x, y) \left( \frac{\partial\, ^2\lambda}{\partial\, x^2} + \frac{\partial\, ^2\lambda}{\partial\, y^2} \right) + B(x, y) \frac{\partial\, \lambda}{\partial\, x} + C(x, y) \frac{\partial\, \lambda}{\partial\, y} + D(x, y, \sigma) = 0 \qquad (7)$$

con condizione al contorno: $\lambda = 0$.

Lo sviluppo dello schema di assimilazione della velocità verticale consentirebbe di effettuare un'analisi di sensibilità delle previsioni del LAM rispetto a questo parametro, e verrà eventualmente implementata numericamente qualora ci fosse una continuazione del progetto.

# 3 Diagnostica della instabilità condizionale umida

La variazione della concentrazione di acqua in atmosfera è dovuta sia ai moti verticali che trasportano il vapor d'acqua di provenienza terrestre, che alla convergenza di vapor d'acqua atmosferico dovuta al vento orizzontale. Questi processi di trasporto, insieme alla variazione delle condizioni termodinamiche, possono portare alcune zone dell'atmosfera in condizioni di sovrasaturazione e dare origine a fenomeni di precipitazione. I moti verticali possono essere essenzialmente di due tipi: forzati (per esempio dall'orografia o dalla circolazione ciclonica) o dovuti allo sviluppo di instabilità sia nella verticale (instabilità convettiva), che lungo superfici inclinate rispetto alla verticale (instabilità simmetrica).

Il verificarsi di situazioni instabili in atmosfera può essere diagnosticato con continuità utilizzando dei modelli meteorologici che forniscono una stima di molti parametri sia dinamici che termodinamici (tipicamente temperatura, pressione, vento orizzontale, umidità) in modo praticamente istantaneo, ad elevata risoluzione spaziale e su base sinottica.

Brevemente si descrivono le principali "instabilità" in atmosfera per arrivare ad introdurre una metodologia per la diagnosi della instabilità condizionale umida ed in particolare per quella simmetrica.

## 3.1 Stabilità gravitazionale secca

È fatto noto che in atmosfera la pressione $p$, la temperatura $T$ e la densità in genere diminuiscono con l' altezza. Affinchè lo stato termodinamico di masse d'aria a differente altezza sia immediatamente confrontabile si introduce la *temperatura potenziale* cioè la temperatura che una massa d'aria avrebbe se venisse trasportata adiabaticamente ad una pressione di riferimento $p_0$, assunta convenzionalmente pari a $1000mb$. Applicando l'equazione dei gas perfetti e il primo principio della termodinamica si ottiene la seguente espressione per la temperatura potenziale $\theta = T(p_0/p)^{R_d/c_p}$, con $R_d$ costante dei gas per aria secca e $c_p$ calore specifico a pressione costante. La definizione di questa grandezza è di grande utilità nella meteorologia applicata, in particolare per l'identificazione dei criteri di stabilità verticale. Un semplice criterio di stabilità gravitazionale in aria secca si basa sull'andamento del profilo di temperatura potenziale:

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} \begin{cases} > 0 & \text{stabile} \\ = 0 & \text{neutro} \\ < 0 & \text{instabile} \end{cases}$$

Poichè alla pressione di riferimento $p_0$, per la legge dei gas perfetti, $\theta$ è inversamente proporzionale alla densità, affinchè l'atmosfera sia stabilmente stratificata lungo la verticale la temperatura potenziale deve crescere con l'altezza. In caso contrario una massa d'aria trasportata verso l'alto avrebbe temperatura potenziale più alta di quella circostante e quindi densità potenziale (cioè alla pressione di riferimento) più bassa. Tale massa d'aria tenderebbe quindi ad allontanarsi ulteriormente verso l'alto e si avrebbero quindi condizioni di instabilità lungo la verticale.

### 3.2 Stabilità gravitazionale umida

Nell'analisi delle condizioni di instabilità dell'atmosfera umida occorre considerare non solo i criteri statici appena descritti per il caso di aria secca, ma anche il contributo destabilizzante del calore latente rilasciato dal vapore quando condensa. Infatti in seguito al riscaldamento dell'aria originato dalla condensazione del vapore in essa contenuto si possono verificare condizioni di instabilità gravitazionale anche su profili staticamente stabili o neutrali se l'aria fosse secca ($\partial\theta/\partial z \geq 0$). Si introduce perciò una grandezza che tiene conto del contributo di calore dovuto alla saturazione del vapor d'acqua che eventualmente si trova in condizioni di saturazione. Questa grandezza viene chiamata *temperatuta potenziale equivalente*: $\theta_{eq} = \theta \exp(w_s L/c_p T)$, con $w_s$ mixing ratio di saturazione ed L calore latente di condensazione dell'acqua. In tal caso quando si verifica che $\partial\theta_{eq}/\partial z < 0$, si dice che si è in presenza di instabilità umida condizionata al raggiungimento della saturazione.

### 3.3 Stabilità inerziale

Consideriamo uno stato fondamentale geostrofico dell'atmosfera:

$$\begin{cases} u_g = -\frac{1}{f}\frac{\partial\Phi}{\partial y} \\ v_g = +\frac{1}{f}\frac{\partial\Phi}{\partial x} \end{cases} \tag{8}$$

dove $f = 2\Omega sin\phi$ è il parametro di Coriolis, $(u_g, v_g)$ le componenti del vento geostrofico, $\Phi$ il geopotenziale, $\Omega$ velocità angolare terrestre e $\phi$ latitudine.

In particolare, facciamo riferimento poi ad una configurazione in cui sia nullo il gradiente meridionale di pressione e supponiamo che una porzione di fluido venga spostata perpendicolarmente al flusso meridionale e che lo spostamento del fluido lasci invariato il campo di pressione. Le equazioni del moto risultanti sono in tal caso:

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = +fv - \frac{\partial\Phi}{\partial x} \\ \frac{dv}{dt} = -fu \end{cases} \tag{9}$$

dove $(u, v)$ sono ora le componenti di velocità del campo di moto perturbato. Dalla seconda equazione (9) si deduce che il momento $M = v + fx$ è conservato seguendo il moto ($dM/dt = 0$). Dalla definizione di vento geostrofico (8) applicata alla prima delle equazioni (9) si ottiene:

$$\frac{du}{dt} = f(v - v_g) = f(M - M_g) \tag{10}$$

Poichè il momento $M$ si conserva, se a seguito di uno spostamento $\delta x > 0$ ($\delta x < 0$) di una parcella d'aria si verifica la condizione $M_g > M$ ($M_g < M$), la porzione di fluido è in equilibrio perchè l'accelerazione cui è sottoposta è diretta in verso opposto allo sposamento. In altri termini, affinchè lo stato fondamentale del fluido sia in condizione di equilibrio inerziale , si deve verificare $\partial M_g/\partial x = (\partial v_g/\partial x + f) > 0$, dove $(\partial v_g/\partial x + f)$ è la vorticità geostrofica assoluta.

## 3.4 Stabilità simmetrica

Più in generale, in un diagramma riportante le isolinee di temperatutura potenziale $\theta_{eq}$ e del momento assoluto $M_g$, si possono verificare condizioni di instabilità per spostamenti inclinati rispetto alla verticale, nonostante siano verificate condizioni di stabilità gravitazionale ed inerziale separatamente. Questo si verifica quando le isolinee di $M_g$ e $\theta_{eq}$ si intersecano e la pendenza relativa delle due iso-superfici è tale che:

$$\left(\frac{d\theta_{eq}}{dz}\right)_{M_g} < 0 \qquad \left(\frac{dM_g}{dx}\right)_{\theta_{eq}} < 0 \tag{11}$$

tale condizione è detta di instabilità simmetrica umida condizionata.

Per capire meglio il meccanismo che da origine a tale tipo di instabilità in Figura 1 è riportata una distribuzione schematizzata di $\theta_{eq}$ ed $M_g$ in corrispondenza di una condizione di equilibrio sia gravitazionale ($\partial\theta_{eq}/\partial z > 0$) che inerziale ($\partial M_g/\partial z > 0$). I numeri progressivi all'estremita delle isosuperfici indicano il verso crescente delle rispettive grandezze. Poichè i moti atmosferici, in prossimità dell'equilibrio, avvengono con buona approssimazione su isosuperfici di queste due grandezze, si capisce come una porzione di fluido inizialmente in P spostata sia verticalmente (percorso A) che orizzontalmente (percorso C) tenda a rimanere sulle isolinee passanti per la sua posizione iniziale, perchè sottoposta ad un'accelerazione (freccie in grassetto) con una componenente nella direzione contraria allo spostamento iniziale. Quindi il fluido si trova in una posizione di equilibrio stabile sia dal punto di vista inerziale che gravitazionale, separatamente. Se invece la porzione

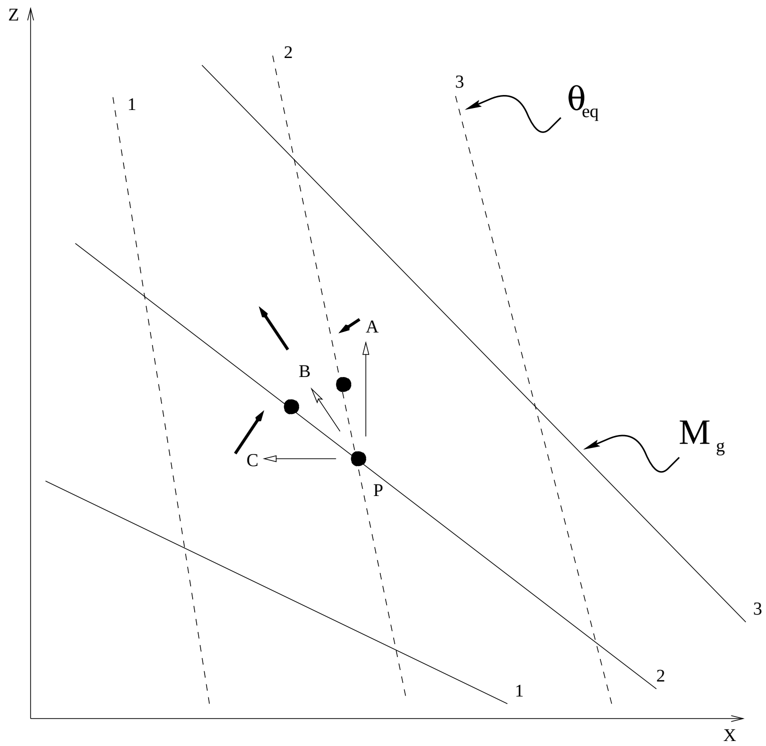


Figura 1: Isosuperfici di $\theta_{eq}$ e $M_g$ in una schematica sezione verticale dell'atmosfera. I numeri progressivi alle estremità delle isolinee indicano il verso crescente della grandezza. Poichè $\theta_{eq}$ ($M_g$) ha gradiente verticale (orizzontale ) positivo il generico punto $P$ è in equilibrio gravitazione (inerziale). Lo stesso punto è però di instabilità per "convenzione inclinata rispetto alla verticale" (slantwise convection).

di fluido viene inizialmente spostata dal punto P nella direzione inclinata B allora l'accelerazione subita sarà nella direzione dello spostamento iniziale e quindi tale posizione è di equilibrio instabile globalmente.

## 4 Diagnostica dell'instabilità simmetrica su grigliato numerico

Il metodo di diagnosi dell'instabilità appena descritto è applicabile ad una sezione bi-dimensionale dell'atmosfera. Nel caso tri-dimensionale la diagnosi si effettua andando a verificare i punti dove non si verificano condizioni di instabilità umida gravitazionale e contemporaneamente sia negativa la vorticità potenziale geostrofica umida:

$$PV_g = \boldsymbol{\eta_g} \cdot \nabla\theta_{eq} < 0 \tag{12}$$

dove $\boldsymbol{\eta_g} = \nabla \times \mathbf{v}_{\mathrm{g}} + \mathbf{f}$ è la vorticità geostrofica assoluta, ed $\mathbf{f} = \nabla \times \nabla \times \mathbf{r}$. Le considerazioni fatte nel paragrafo precedente mostravano che la condizione di instabilità simmetrica dipende dall'orientazione relativa del gradiente di temperatura potenziale assoluta e della vorticità geostrofica assoluta e quindi la condizione (12) può essere capita con analoghe considerazioni fisiche.

L'espressione esplicita di $PV_g$, in coordinate sferiche $(\lambda, \phi, r)$, ottenuta trascurando il termine di Coriolis $2\Omega cos\phi$ e facendo l'ipotesi di atmosfera sottile (shallow) per la quale alla distanza $r$ dal centro della terra si può sostituire il raggio terrestre $a$, è:

$$PV_g = \frac{1}{acos\phi}\frac{\partial\theta_{eq}}{\partial\lambda}\frac{\partial v_g}{\partial z} - \frac{1}{a}\frac{\partial\theta_{eq}}{\partial\phi}\frac{\partial u_g}{\partial z} + \frac{\partial\theta_{eq}}{\partial z}\left[f + \frac{1}{acos\phi}\left(\frac{\partial v_g}{\partial\lambda} + \frac{\partial u_g cos\phi}{\partial\phi}\right)\right] \tag{13}$$

La discretizzazione di $PV_g$ sul grigliato del modello è stata applicata alle analisi dell'ECMWF relative al bimestre Gennaio-Febbraio 1991, ma non sono state rilevate condizioni di instabilità simmetrica. Questo risultato non è del tutto inaspettato poichè già documentato in letteratura [2]. Infatti il fenomeno dell'instabilità simmetrica è da considerarsi di transizione verso la mesoscala. Esiste almeno teoricamente la possibilità di diagnosticarne la presenza con dati la cui risoluzione spaziale sia dell'ordine della larghezza tipica delle bande ($\sim 10km$). Nel paragrafo successivo illustreremo i risultati ottenuti simulando, mediante un modello di circolazione atmosferica, un caso di precipitazione intensa verificatosi nel Febbraio 1991 nel mar Mediterraneo ad una risoluzione ($\sim 30km$), in cui nelle analisi appare una zona di forte instabilità convettiva umida.

# 5 Studio modellistico di un evento di precipitazione intensa

Per eseguire le integrazioni numeriche del test case si è utilizzato il modello BOLAM (vedi descrizione in Appendice B). Il dominio di integrazione va da 8.5W a 21.3E, con risoluzione $0.347^o$, in longitudine e da 35N a 56N, con risoluzione $0.269^o$, in latitudine. La griglia ($87\times78$) risultante è abbastanza regolare (circa $30\times30$ km) ed è rappresentata in Fig. 2 insieme all'orografia

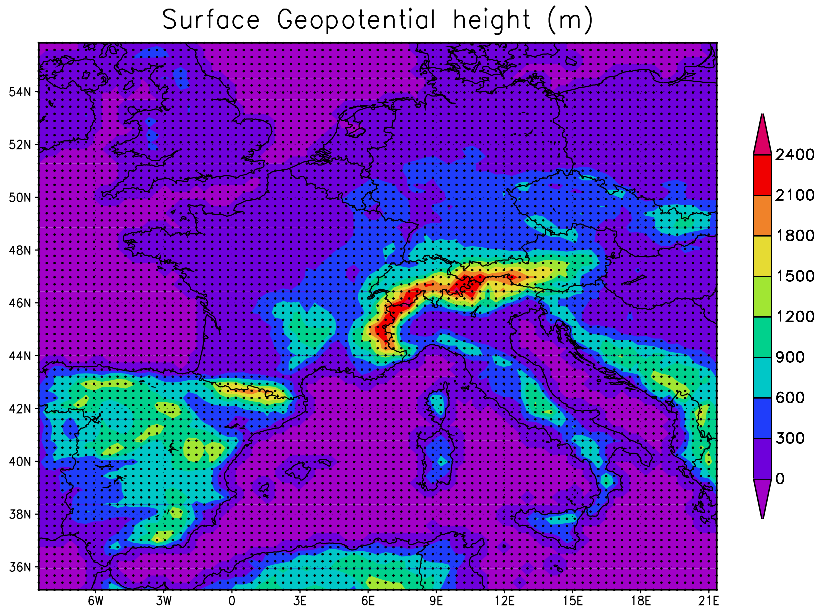


Figura 2: Orografia utlizzata per le integrazioni numeriche con il modello BOLAM, e griglia computazionale $87 \times 78$ con risoluzione di circa $30 \times 30$ km.

utilizzata nelle integrazioni numeriche. La discretizzazione verticale consiste invece in 20 livelli $\sigma$.

La simulazione numerica dell'evento di precipitazione copre un periodo di $144h$ che va dalle 00GMT del 19 Febbraio 1991 sino alle 24GMT del 25 Febbraio. Si sono utilizzate come condizioni iniziali ed al contorno le analisi del centro meteorologico europeo (ECMWF) disponibili ogni 6 ore. Le analisi dell'ECMWF hanno risoluzione spaziale di $1.125^o$ (circa 120 km) e sono fornite su 14 livelli di pressione (1000, 850, 700, 500, 400, 300, 250, 200, 150, 100, 70, 50, 30, 10 hPa). I campi delle analisi ECMWF sono stati perciò interpolati sui punti di griglia e sui livelli $\sigma$ del modello BOLAM utilizzando procedure standard di preprocessing.

Il passo temporale utilizzato è pari a 30 secondi per i contributi della dinamica, mentre le chiamate alle parametrizzazioni più onerose dei processi fisici di sottogriglia (in particolare precipitazione convettiva e radiazione) sono state eseguite ogni 10 minuti di integrazione.

La situazione sinottica nell'area nord atlantica, relativa al periodo in studio, non si conosceva con esattezza data la limitatezza dell'area in cui si disponeva delle analisi (vedi Figura 2). Dalla analisi delle mappe del geopotenziale (non mostrate per brevità) si intuisce che l'evento di precipitazione è dovuto all'incunearsi, nel Mediterraneo, di una saccatura proveniente dal nord Africa. Tale saccatura genera una circolazione ciclonica con venti da sud che trasportano in quota aria relativamente umida in corrispondenza del canale di Sardegna. Le condizioni di instabilità convettiva umida diagnosticate in precedenza, accentuate anche dal fatto che il flusso incontra l'orografia della Sicilia e della Sardegna, portano rapidamente alla saturazione il flusso di vapor d'acqua ascendente e generano l'evento di precipitazione intensa osservato.

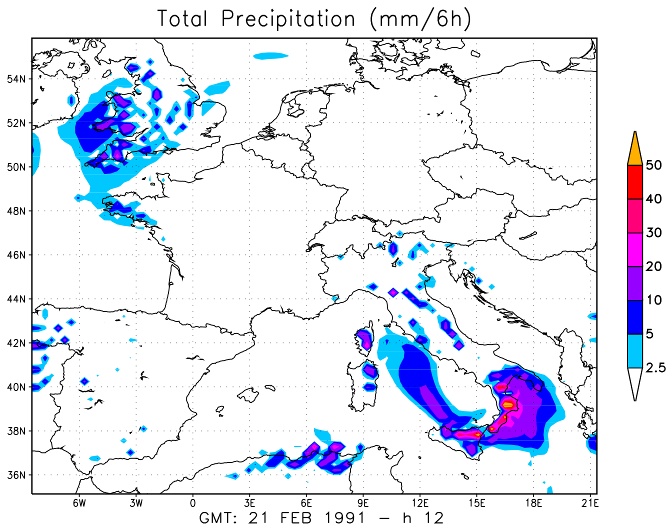


Figura 3: Campo di precipitazione dopo 60 ore di forecast.

In Figura 3 è riportato a titolo illustrativo il campo di precipitazione dopo 60 ore di forecast. Si nota una banda di precipitazione con intensità dell'ordine di $20mm/6h$ che si estende in lunghezza dalla Sicilia settentrionale sino all'isola d'Elba ($\sim 700km$) e che ha una durata temporale di circa 12 ore. La larghezza della banda è dell'ordine di $\sim 300km$, di molto superiore alle tipiche dimensioni di un fenomeno di precipitazione intensa a bande di quelli descritti in [11]. Sugli output del LAM è stata ripetuta l'analisi della stabilità simmetrica studiando il segno della vorticità potenziale ma anche a questa risoluzione non è stata rilevata la presenza di instabilità simmetrica. L'evento di precipitazione individuato si presta come caso test per poter verificare praticamente la sensibilità del forecast in funzione delle condizioni iniziali del vapor d'acqua. Questo può essere oggetto dell'eventuale prosecuzione di questo studio.

## 6 Conclusioni e futuri sviluppi

Si è effettuato lo studio di fattibilità di un procedimento per l'assimilazione della velocità verticale nel codice di circolazione ad area limitata di proprietà del CRS4, e sviluppato un codice per la diagnostica della instabilità simmetrica umida che è stato testato sulle analisi dell' ECMWF. La risoluzione orizzontale dei dati ECMWF, come d'altronde già documentato in letteratura, si è dimostrata completamente insufficiente per evidenziare stati di instabilità di questo genere.

Nella prospettiva di effettuare uno studio di sensibilità della qualità del forecast rispetto all'inizializzazione del contenuto di vapor d'acqua e velocità verticale si è eseguito un run alla risoluzione di $\sim 30km$ di un evento di precipitazione intensa localizzato nella regione adriatica tra Lazio e Sardegna.

Questo studio neccessita di ulteriori approfondimenti soprattutto per vedere praticamente quale sia l'influenza dell'inizializzazione dell'umidità specifica nella caratterizzazione di un evento di precipitazione così intenso. A tale scopo sarebbe interessante eseguire un'ulteriore run sul medesimo evento di precipitazione, con condizione iniziale dell'umidità specifica variata.

## A Assimilazione della velocità verticale nei modelli meteorologici idrostatici

Si descrive in dettaglio la derivazione della procedura per la assimilazione della velocità verticale nel modello meteorologico ad area limitata BOLAM.

Sostituendo la relazione (1) nel funzionale (4) si ottiene:

$$E(u,v,\lambda) = \int_\Omega \Big\{ (u-u_0)^2 + (v-v_0)^2 + \\ + \lambda \left[ (1-\sigma)\frac{\partial\, p_s}{\partial\, t} + \int_\sigma^1 \nabla_\sigma \left( p_s \mathbf{V}_H \right) d\sigma - (\dot\sigma\; p_s)_t \right] \Big\}\, dxdy \tag{14}$$

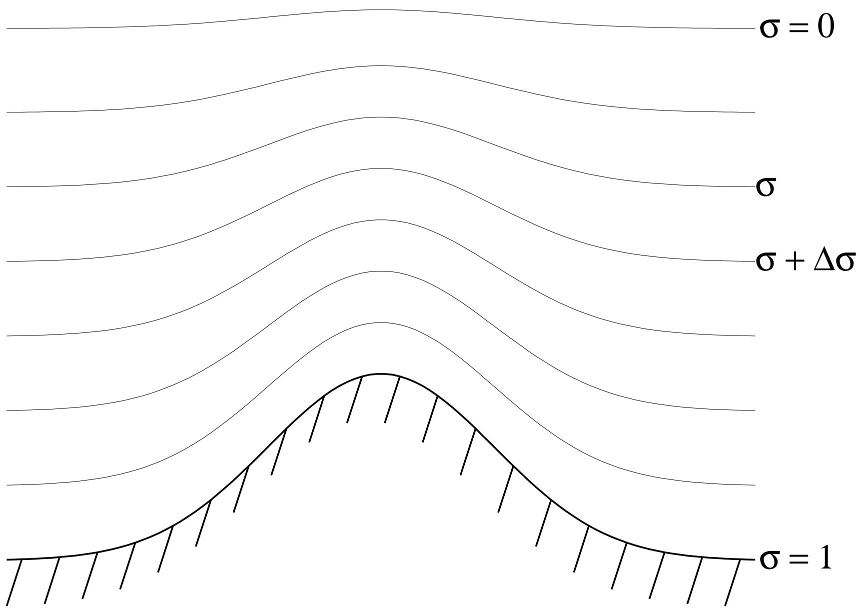


Figura 4: Rappresentazione schematica di alcune superfici a $\sigma$ costante.

Introducendo una discretizzazione verticale nei livelli $\sigma$ possiamo riscrivere l'integrale verticale della divergenza del vento orizzontale $\mathbf{V}_H$ nel modo seguente (Figura 4):

$$\int_{\sigma}^{1} \nabla_\sigma (p_s \mathbf{V}_H) \, d\sigma = \int_{\sigma+\Delta\sigma}^{1} \nabla_\sigma (p_s \mathbf{V}_H) \, d\sigma + \int_{\sigma}^{\sigma+\Delta\sigma} \nabla_\sigma (p_s \mathbf{V}_H) \, d\sigma =$$

$$= \alpha(\sigma + \Delta\sigma) + \left[ \frac{\partial \ (p_s u)}{\partial \ x} + \frac{\partial \ (p_s v)}{\partial \ y} \right] \Delta\sigma \tag{15}$$

dove $\alpha(\sigma + \Delta\sigma) = \int_{\sigma+\Delta\sigma}^{1} \nabla_\sigma (p_s \mathbf{V}_H) \, d\sigma$ è una quantità nota se la procedura di assimilazione è applicata partendo dallo strato $\Delta\sigma$ più prossimo al suolo.

Sostituendo quest'ultima il funzionale si riscrive:

$$E(u, v, \lambda) = \int_{\Omega} \Big\{ (u - u_0)^2 + (v - v_0)^2 +$$

$$+\lambda \left[ (1 - \sigma) \frac{\partial \ p_s}{\partial \ t} + \alpha(\sigma + \Delta\sigma) + \frac{\partial \ (p_s u)}{\partial \ x} \Delta\sigma + \frac{\partial \ (p_s v)}{\partial \ y} \Delta\sigma - (\dot{\sigma} \ p_s)_t \right] \Big\} \, dxdy \tag{16}$$

La forma variazionale del funzionale è perciò:

$$\delta E(u, v, \lambda) = \int_{\Omega} \Big\{ 2(u - u_0)\delta u + 2(v - v_0)\delta v + \lambda \left[ \frac{\partial \ (p_s \delta u)}{\partial \ x} + \frac{\partial \ (p_s \delta v)}{\partial \ y} \right] \Delta\sigma +$$

$$+ \left[ (1 - \sigma) \frac{\partial \ p_s}{\partial \ t} + \alpha(\sigma + \Delta\sigma) + \frac{\partial \ (p_s u)}{\partial \ x} \Delta\sigma + \frac{\partial \ (p_s v)}{\partial \ y} \Delta\sigma - (\dot{\sigma} \ p_s)_t \right] \delta\lambda \Big\} \, dxdy = 0 \tag{17}$$

Sviluppando ancora [1] si ottiene:

---

[1]

$$\frac{\partial \ (p_s \delta u)}{\partial \ x} \lambda \Delta\sigma = \frac{\partial \ (\lambda p_s \delta u)}{\partial \ x} \Delta\sigma - \frac{\partial \ \lambda}{\partial \ x} p_s \delta u \Delta\sigma$$

$$\frac{\partial \ (p_s \delta v)}{\partial \ y} \lambda \Delta\sigma = \frac{\partial \ (\lambda p_s \delta v)}{\partial \ y} \Delta\sigma - \frac{\partial \ \lambda}{\partial \ y} p_s \delta v \Delta\sigma$$

$$\delta E(u,v,\lambda) = \int_\Omega \left\{ \left[ 2(u-u_0) - \frac{\partial\ \lambda}{\partial\ x} p_s \Delta\sigma \right] \delta u + \left[ 2(v-v_0) - \frac{\partial\ \lambda}{\partial\ y} p_s \Delta\sigma \right] \delta v + \right.$$

$$+ \left[ (1-\sigma)\frac{\partial\ p_s}{\partial\ t} + \alpha(\sigma+\Delta\sigma) + \frac{\partial\ (p_s u)}{\partial\ x}\Delta\sigma + \frac{\partial\ (p_s v)}{\partial\ y}\Delta\sigma - (\dot\sigma\ p_s)_t \right] \delta\lambda +$$

$$\left. + \left[ \frac{\partial\ (\lambda p_s \delta u)}{\partial\ x}\Delta\sigma + \frac{\partial\ (\lambda p_s \delta v)}{\partial\ y}\Delta\sigma \right] \right\} dxdy = 0 \tag{18}$$

Da cui si ottengono le seguenti 4 relazioni:

$$u = u_0 + \frac{p_s}{2}\frac{\partial\ \lambda}{\partial\ x}\Delta\sigma \tag{19}$$

$$v = v_0 + \frac{p_s}{2}\frac{\partial\ \lambda}{\partial\ y}\Delta\sigma \tag{20}$$

$$(1-\sigma)\frac{\partial\ p_s}{\partial\ t} + \alpha(\sigma+\Delta\sigma) + \frac{\partial\ (p_s u)}{\partial\ x}\Delta\sigma + \frac{\partial\ (p_s v)}{\partial\ y}\Delta\sigma - (\dot\sigma\ p_s)_t = 0 \tag{21}$$

$$\int_\Omega \left[ \frac{\partial\ (\lambda p_s \delta u)}{\partial\ x} + \frac{\partial\ (\lambda p_s \delta v)}{\partial\ y} \right] dxdy = 0 \tag{22}$$

Le prime due equazioni (19) e (20) forniscono il campo assimilato $(u,v)$ sul livello corrente $\sigma$ di spessore $\Delta\sigma$ in funzione del moltiplicatore di Lagrange $\lambda$. La soluzione dell'equazione differenziale (21) con condizioni al contorno (22) fornisce i moltiplicatore di Lagrange $\lambda$.

L'equazione (22) si può riscrivere:

$$\int_\Omega \nabla_\sigma\left(\lambda p_s \delta \mathbf{V}_H\ \right) dxdy = \int_{F(\Omega)} \lambda p_s \delta \mathbf{V}_H\ \cdot \mathbf{n} dl = 0 \tag{23}$$

dove $F(\Omega)$ è la frontiera del dominio $\Omega$ ed $\mathbf{n}$ la normale ad essa.

Una soluzione di quest'ultima equazione è $\lambda = 0$ sulla frontiera $F(\Omega)$. Tale soluzione può essere usata come condizione al contorno dell'equazione differenziale (22) che, dopo avervi sostituito le equazioni (19) e (20) si riscrive:

$$
\begin{aligned}
&\Delta\sigma^2\frac{p_s^2}{2}\left(\frac{\partial^2\lambda}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\lambda}{\partial y^2}\right)+\frac{\Delta\sigma^2}{2}\frac{\partial\ p_s^2}{\partial\ x}\frac{\partial\ \lambda}{\partial\ x}+\frac{\Delta\sigma^2}{2}\frac{\partial\ p_s^2}{\partial\ y}\frac{\partial\ \lambda}{\partial\ y}+\\
&+(1-\sigma)\frac{\partial\ p_s}{\partial\ t}+\alpha(\sigma+\Delta\sigma)+\frac{\partial\ (p_s u_0)}{\partial\ x}\Delta\sigma+\frac{\partial\ (p_s v_0)}{\partial\ y}\Delta\sigma-(\dot{\sigma}\ p_s)_t
\end{aligned}
\tag{24}
$$

In quest'ultima equazione si riconoscono dunque i coefficienti dell'equazione (7) presentata nel testo:

$$
\begin{aligned}
&A(x,y)=\Delta\sigma^2\frac{p_s^2}{2}\\
&B(x,y)=\frac{\Delta\sigma^2}{2}\frac{\partial\ p_s^2}{\partial\ x}\\
&C(x,y)=\frac{\Delta\sigma^2}{2}\frac{\partial\ p_s^2}{\partial\ y}\\
&D(x,y,\sigma)=(1-\sigma)\frac{\partial\ p_s}{\partial\ t}+\alpha(\sigma+\Delta\sigma)+\frac{\partial\ (p_s u_0)}{\partial\ x}\Delta\sigma+\frac{\partial\ (p_s v_0)}{\partial\ y}\Delta\sigma-(\dot{\sigma}\ p_s)_t
\end{aligned}
\tag{25}
$$

# B Il modello meteorologico BOLAM

Il BOLAM [1],[9] è un modello meteorologico ad area limitata che integra nel tempo mediante uno schema centrato tipo "leap frog" l'insieme delle equazioni differenziali alle derivate parziali conosciute come equazioni primitive [7]. Nella meteorologia dinamica è prassi chiamare "prognostiche" le equazioni differenziali che descrivono l'evoluzione delle grandezze rispetto al tempo, quali ad esempio le equazioni del moto, mentre tutte le altre vengono dette "diagnostiche", ad esempio la relazione idrostatica e l'equazione di stato. Si distingue inoltre fra contributi "dinamici" o "adiabatici" e contributi della "fisica" o "diabatici", indicando con i primi i termini di convezione e trasporto di natura dinamica, e con i secondi i contributi dei processi sottogriglia, come i termini di dissipazione, diffusione, turbolenza dello strato limite planetario, le forzanti dovute a processi fisici quali la radiazione solare e terrestre, i processi di formazione delle nubi e della precipitazione, gli scambi di energia e di massa che avvengono nelle interfacce suolo/atmosfera o mare/atmosfera etc. In questo paragrafo si richiamano brevemente i contributi adiabatici del modello BOLAM, mentre si rimanda alla bibliografia per una descrizione della parametrizzazione dei processi sottogriglia.

Nel BOLAM si utilizza come coordinata verticale la coordinata $\sigma$ [6] definita come $\sigma = p/p_s$, con $p$ pressione nel generico punto di griglia e $p_s$ pressione sul punto corrispondente al suolo. La discretizzazione verticale è di "tipo Lorenz", dove la velocità verticale è definita a livelli intermedi rispetto a quelli dove sono definite le variabili prognostiche. La discretizzazione orizzontale delle equazioni del modello è fatta usando le differenze finite su una griglia "staggered" conosciuta come griglia C di Arakawa [10], e utilizzando come coordinate orizzontali indipendenti la latitudine ($\phi$) e la longitudine ($\lambda$). Le variabili prognostiche sono le componenti del vento orizzontale: quella zonale $u$ e quella meridionale $v$, la temperatura potenziale $\theta$, l'umidità specifica $q$ e la pressione atmosferica al suolo $p_s$. Le equazioni per l'evoluzione di queste cinque variabili sono per le due componenti del vento:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = (f + \xi)v - \dot{\sigma}\frac{\partial u}{\partial \sigma} - \frac{R_d T_v}{a h_\lambda}\frac{\partial ln p_s}{\partial \lambda} - \frac{1}{a h_\lambda}\frac{\partial}{\partial \lambda}(\Phi + E) + K_u + F_u, \quad (26)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = (f + \xi)u - \dot{\sigma}\frac{\partial v}{\partial \sigma} - \frac{R_d T_v}{a h_\phi}\frac{\partial ln p_s}{\partial \phi} - \frac{1}{a h_\phi}\frac{\partial}{\partial \phi}(\Phi + E) + K_v + F_v, \quad (27)$$

l'equazione di continuità integrata verticalmente produce un'equazione per la pressione superficiale $p_s$:

$$\frac{\partial p_s}{\partial t} = -\int_0^1 \nabla \cdot (\mathbf{V}_h \frac{\partial p}{\partial \sigma}) d\sigma, \quad (28)$$

l'equazione termodinamica:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{u}{a h_\lambda}\frac{\partial \theta}{\partial \lambda} - \frac{v}{a h_\phi}\frac{\partial \theta}{\partial \phi} - \dot{\sigma}\frac{\partial \theta}{\partial \sigma} + K_\theta + F_\theta, \quad (29)$$

e l'equazione della conservazione dell'acqua:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = -\frac{u}{a h_\lambda}\frac{\partial q}{\partial \lambda} - \frac{v}{a h_\phi}\frac{\partial q}{\partial \phi} - \dot{\sigma}\frac{\partial q}{\partial \sigma} + K_q + F_q. \quad (30)$$

Le equazioni diagnostiche sono l'equazione idrostatica:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma} = -\frac{R_d T_v}{p} \frac{\partial p}{\partial \sigma} \tag{31}$$

e l'equazione di continuità che è risolta per la velocità verticale $\dot{\sigma}$ a ciascun livello verticale:

$$\dot{\sigma} \frac{\partial p}{\partial \sigma} = (1 - \frac{\partial p}{\partial p_s}) \frac{\partial p_s}{\partial t} + \int_\sigma^1 \nabla \cdot (\mathbf{V}_h \frac{\partial p}{\partial \sigma}) d\sigma. \tag{32}$$

Il sistema di equazioni è chiuso con la legge dei gas ideali e le definizioni standard di temperatuta potenziale $\theta$ e virtuale $T_v$. Nelle equazioni sopra richiamate, $(h_\lambda, h_\phi)$ sono fattori metrici di scala che in coordinate sferiche sono esplicitamente $(h_\lambda, h_\phi) = (cos\phi, 1)$ , $R_d$ è la constante dei gas, $a$ il raggio medio terrestre, $f = 2\Omega sin\phi$ il parametro di Coriolis, $\xi$ la componente verticale della vorticità relativa, $\Phi$ il geopotenziale, $E$ l'energia cinetica del moto orizzontale, $(F_u, F_v, F_\theta, F_q)$ i contributi alle tendenze derivanti dalle parametrizzazioni dei processi fisici (come radiazione solare e terestre, convezione, processi dissipativi nello strato limite planetario, etc.), $(K_u, K_v, K_\theta, K_q)$ sono i contributi dovuti ai processi diffusivi, sia orizzontali che verticali. In particolare un operatore di diffusione del secondo ordine è applicato alla divergenza del vento orizzontale, per ridurre la crescita delle onde di gravità e lo sviluppo di componenti non bilanciate che generano "rumore" nei campi meteorologici. La diffusione della divergenza è ottenuta aggiungendo al secondo membro delle equazioni del momento un termine proporzionale rispettivamente a $\partial/\partial\lambda$ e $\partial/\partial\phi$ della divergenza stessa. La diffusione orizzontale consiste nell'applicazione di un operatore laplaciano applicato due volte a tutte le variabili prognostiche tranne che a $p_s$ per limitare la concentrazione dell'energia sul passo di griglia.

L'uso della temperatura potenziale $\theta$ come variabile prognostica evita la necessità di avere coefficienti di diffusione spaziale dipendenti dalla posizione. Ciò è utile specialmente quando le superfici $\sigma$ diventano molto ripide in corrispondenza di orografia complessa, e semplifica l'equazione termodinamica (il "termine $\omega - \alpha$" non appare).

Come già detto lo schema di integrazione temporale utilizzato è di "tipo leap frog", che per la generica variabile $H(x,t)$ si può schematizzare come:

$$H(x, t + dt) = H(x, t - dt) + 2dt \frac{\partial H(x,t)}{\partial t}, \tag{33}$$

dove $\partial H/\partial t$ è la tendenza di H calcolata nella posizione $x$ al tempo $t$. Per sopprimere il modo computazionale dovuto allo schema temporale a tre livelli si utilizza un filtro di Asseling che sempre per la generica variabile $H(x,t)$ si scrive:

$$H(x,t) = H(x,t) + \alpha(H(x - dt) - 2H(x,t) + H(x,t+dt)), \qquad (34)$$

dove $\alpha$ è circa 0.05.

Le condizioni al contorno laterali sono introdotte mediante lo schema di rilassamento di Davies [3] e Kållberg [8] applicato a ciascuna delle variabili prognostiche.

Per concludere diamo una breve descrizione del modo in cui lo schema di integrazione descritto sopra è implementato nel codice. Prima di tutto le tendenze dovute alla dinamica, alla diffusione verticale, alla radizione e ai processi di superficie vengono calcolate nei punti interni del dominio escludendo le linee di contorno (tipicamente 5). Le variabili prognostiche sono avanzate al tempo $t + dt$ mediante lo schema leapfrog e successivamente filtrate utilizzando i valori delle stesse agli istanti $t - dt$ e $t + dt$. Dopodichè i contributi alle variabili prognostiche dovuti all'aggiustamento secco, alla convezione umida e alla pioggia di grande scala sono aggiunti mediante uno schema di Eulero. A questo punto vengono calcolati i contributi della diffusione orizzontale e della divergenza mediante uno schema Euleriano ed infine i campi prognostici sono rilassati alle condizioni al contorno laterali ottenute mediante interpolazione delle analisi completando così il time step.

# Riferimenti bibliografici


[1] Buzzi, A., Fantini, M., Malguzzi, P., and Nerozzi, F. Validation of a limited area model in cases of mediterranean cyclogenesis: surface fields and precipitation scores. *Meteorol. Atmos. Phys. 53* (1994), 137–153.

[2] David, M. S., and Schumacher, P. N. The use and misuse of conditional symmetric instability. *mwr* (1998, revised).

[3] Davies, H. C. A lateral boundary formulation for multilevel prediction models. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc. 102* (1976), 405–418.

[4] Deidda, R., Marrocu, M., and Speranza, A. Meteorological forecasting for the European Southern Observatories in Chile. *submitted to Il Nuovo Cimento C* (1998).

[5] ECMWF Data Assimilation. Research Manual 1 - ECMWF Data Assimilation Scheme - Scientific Documentation. *ECMWF Meteorol. Bull. M1.5/3* (1992).

[6] Haltiner, G. J., and Williams, R. T. *Numerical Prediction and Dynamic Meteorology*, 2nd ed. John Wiley and Sons, Inc., 1980.

[7] Holton, J. R. *An Introduction to Dynamic Meteorology*, 3rd ed. International Geophysics series. Academic Press, Inc., 1992.

[8] Källberg, P. Test of lateral boundary relaxation scheme in a barotropic model. Tech. Rep. No. 3, ECMWF, 1977.

[9] Marrocu, M., Scardovelli, R., and Malguzzi, P. Parallelization and performance of a meteorological Limited Area Model. *Parallel Computing 24*, 5-6 (1998), 911–922.

[10] Mesinger, F., and Arakawa, A. *Numerical methods used in atmospheric models*. 17. GARP publication series, 1976.

[11] Wiesmueller, J. L., and Zubrik, S. M. Evaluation and application of conditional symmetric intsability, equivalent potential vorticity, and frontogenetic forcing in an operational forecasting environment. *Wea. Forecasting 13* (March 1998), 84–101.